

## Problematika Perkuliahan Analisis Real

**Mutiara Arafah Nst**

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara  
Email: [mutiaraharafa@gmail.com](mailto:mutiaraharafa@gmail.com)

**Rusi Ulfa Hasanah**

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara  
Email: [rusiulfahasanah@uinsu.ac.id](mailto:rusiulfahasanah@uinsu.ac.id)

**Aldy Wijaya**

Universitas Islam Negeri Sumatera Utara  
Email: [aldywijayanto12@gmail.com](mailto:aldywijayanto12@gmail.com)

**Abstract.** *The purpose of this article is to highlight various problems commonly faced by undergraduate students studying mathematics and undergraduate students studying mathematics education in real analysis classes. The Real Analysis course aims to teach students how to: a) understand the fundamentals of mathematical analysis, especially those related to numbers, rows, functions, limits, and derivatives; and b) be able to reason logically and thoroughly and methodically express the conclusions of their reasoning in writing. One of the topics that students studying mathematics and mathematics education programs often think about is real analysis. The author of this study discusses some substitute approaches that can be recommended to assist students in adjusting to face-to-face analysis courses. Lecturers can also attempt to improve quality by implementing various interventions, practicing Lesson Study learning, using RME techniques, and creating a real analysis textbook.*

**Keywords:** *Mathematics, lecture, Real Analysis*

**Abstrak.** Tujuan artikel ini adalah untuk menyoroti berbagai masalah yang umumnya dihadapi oleh mahasiswa sarjana yang mempelajari matematika dan mahasiswa sarjana yang mempelajari pendidikan matematika di kelas analisis real. Analisis Real menjadi salah satu mata kuliah bertujuan guna mengajarkan mahasiswa bagaimana: a) memahami dasar-dasar analisis matematis, khususnya yang berkaitan dengan bilangan, barisan, fungsi, limit, dan turunan; dan b) mampu bernalar secara logis dan teliti serta metodis mengungkapkan kesimpulan penalarannya secara tertulis. Salah satu topik yang sering dipikirkan oleh siswa yang mempelajari matematika dan program pendidikan matematika adalah analisis real. Pada penelitian ini penulis akan membahas beberapa pendekatan pengganti yang dapat direkomendasikan untuk membantu siswa dalam menyesuaikan diri dengan kursus analisis tatap muka. Dosen juga dapat berupaya meningkatkan kualitas dengan menerapkan berbagai intervensi, mempraktikkan pembelajaran Lesson Study, menggunakan teknik RME, dan membuat buku teks analisis real.

**Kata kunci:** Matematika, Kuliah, Analisis Real

### LATAR BELAKANG

Analisis real adalah mata kuliah yang dirancang untuk mengajarkan siswa dasar-dasar analisis matematis, penalaran logis, dan penulisan kesimpulan penalaran yang sistematis dan teliti (Wahyuni, 2017). Mahasiswa akan mendapatkan pengalaman dalam menyajikan pengetahuan matematika, membenarkan kebenaran pernyataan, memberikan penjelasan kebenarannya, dan menulis secara logis dan metodis sepanjang mata kuliah yang memberikan dukungan ini.

Di perguruan tinggi di Indonesia, mata kuliah Analisis Real ditawarkan di Program Studi Matematika dan Pendidikan Matematika. Analisis Real adalah matapelajaran yang bertujuan guna mempersiapkan mahasiswa untuk: a) memahami dasar-dasar analisis matematis, khususnya yang berkaitan dengan bilangan, barisan, fungsi, limit, dan turunan; dan b) mampu bernalar secara logis dan teliti serta metodis mengungkapkan kesimpulan penalarannya secara tertulis. Mahasiswa mempunyai pengalaman mengartikulasikan pengetahuan matematika, membuktikan kebenaran suatu pernyataan, dan menuliskannya secara logis dan metodis melalui perkuliahan Analisis Real. Tugas verifikasi dapat membantu memperkuat kapasitas ini. Mata kuliah Analisis Real melibatkan banyak latihan pembuktian dan padat dengan definisi, lemma, dan teorema.

Kurikulum matematika pendidikan tinggi menuntut keterampilan kognitif tingkat tinggi, seperti analisis, sintesis, dan evaluasi, dari pada sekadar menghafal fakta atau penerapan langsung berbagai rumus atau konsep. Siswa dituntut mampu berpikir efektif dan mengkomunikasikan kesimpulan penalarannya secara tertulis secara metodis dan teliti (ketat). Kita dapat memperoleh keterampilan ini dengan berpartisipasi dalam latihan pembuktian.

## **KAJIAN TEORITIS**

Kesanggupan dalam memecahkan masalah merupakan keterampilan berpikir tingkat tinggi (Asmara, 2019). Menurut Polya (2014), penyelesaian masalah memerlukan upaya mental tingkat tinggi. Kemampuan pemecahan masalah menurut Hanifah (2021a) adalah kemampuan siswa dalam menyelesaikan suatu masalah dengan menggunakan strategi dan taktik di samping pendekatan dasar matematika serta memiliki sifat kritis, teliti, dan ulet. Selain itu, siswa yang memiliki kemampuan pemecahan masalah dapat mengembangkan kemampuannya berpikir kritis, logis, analitis, metodis, dan kreatif (Irawan & Surya, 2017). Menurut temuan penelitian (Putra, Darhim, & Fatimah, 2020), pemecahan masalah merupakan salah satu ciri aktivitas matematika dan menunjukkan bahwa matematika merupakan ikhtiar manusia. Hal ini didukung.

Dewan Nasional Guru Matematika (NCTM) (2000) telah menekankan adanya pembuktian dalam matematika sekolah, yang juga menunjukkan adanya perubahan ke

arah pemecahan masalah dan berpikir kritis. Hal ini karena kemampuan pembuktian matematis sangat penting untuk penguasaan matematika.

Namun, dalam perkuliahan di universitas, bukti yang lebih kompleks dibangun.

Agar seluruh siswa mampu:

- (1) Mengenal penalaran dan pembuktian sebagai aspek fundamental matematika;
- (2) Membuat dugaan dan memverifikasi kebenaran dugaan tersebut;
- (3) Mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan pembuktian matematis; dan
- (4) Memilih dan menerapkan berbagai jenis metode penalaran dan pembuktian, kurikulum matematika harus mencakup berbagai pengalaman yang membangun dan memperluas kemampuan penalaran logis siswa.

Serangkaian argumen logis yang mendukung kebenaran suatu pernyataan merupakan pembuktian dalam matematika. Bukti adalah argumen deduktif yang mengikuti serangkaian proses logis terbatas dengan menggunakan informasi yang diketahui (aksioma, prinsip, atau hasil yang telah ditetapkan sebelumnya) dan menerapkan hukum logika untuk sampai pada suatu kesimpulan dalam batas inferensi yang dapat diterima.

Argumen-argumen ini mungkin muncul dari definisi, teorema sebelumnya, premis pernyataan, atau postulat yang menjadi landasan sistem matematika. Di sini logika berarti bahwa setiap langkah argumen harus didukung oleh langkah-langkah sebelumnya. Karena pembuktian merupakan komponen penting dan mendasar dalam matematika dan merupakan bagian integral dari mata pelajaran, pembuktian mempunyai fungsi penting di lapangan. seperti melakukan, mengekspresikan, dan mencatat matematika semuanya bergantung padanya. Pembuktian mempunyai tujuan sebagai berikut:

- 1) Untuk mengkonfirmasi kebenaran suatu pernyataan;
- 2) Memperjelas alasan kebenaran suatu pernyataan;
- 3) Menyampaikan pengetahuan matematika;
- 4) Menemukan atau menghasilkan matematika baru; dan
- 5) Menyusun pernyataan-pernyataan ke dalam suatu sistem aksiomatik.

Oleh karena itu, siswa matematika harus mampu melakukan pembuktian matematis. Ada dua keterampilan yang terlibat dalam pembuktian matematis: membaca bukti dan membuat bukti. Oleh karena itu, melakukan argumentasi dan pembuktian matematis harus menjadi komponen mendasar dalam pendidikan matematika bagi siswa.

Konsekuensinya, salah satu aspek terpenting dalam meningkatkan pendidikan matematika secara keseluruhan adalah studi tentang pengajaran dan pembelajaran pembuktian. Bukti pengajaran penting karena sejumlah alasan, termasuk yang berikut:

- 1) merupakan komponen fundamental matematika;
- 2) membantu penemuan dan verifikasi fakta;
- 3) menumbuhkan kemampuan berpikir kritis dan logis siswa; dan
- 4) membantu siswa memahami matematika dengan lebih cepat dan efektif.

Saat meneliti analisis riil, Yuslenita Muda (2017), dosen Universitas Islam Negeri Suska Pekanbaru, saat ini menjadi mahasiswa di University of Essex Colchester, Inggris. Ia mengungkapkan, meskipun analisis riil mempunyai nama asli, namun siswa menganggapnya terlalu abstrak. Siswa sering kali tidak tahu harus memulai proses pembuktian dari mana. Ia telah menerapkan beberapa strategi untuk meningkatkan kualitas perkuliahan dan membantu mahasiswa dalam menyelesaikan masalah analisis aktual, seperti membantu mahasiswa dalam memecahkan kesulitan langkah demi langkah, menawarkan alat bantu visual dalam bentuk gambar, menyediakan teknik yang paling efektif, dan meminta dosen berkonsultasi satu sama lain. Salah satu kelemahan dan tantangan yang dihadapi siswa dalam pembuktian matematis adalah :

1. mereka tidak mampu mengartikulasikan definisi dalam bahasa mereka.
2. Kurangnya pemahaman intuitif siswa terhadap suatu konsep.
3. Gambar konseptual tidak cukup untuk pekerjaan pembuktian.
4. Siswa tidak mampu membuat contoh sendiri dan tidak mau.
5. Peserta didik tidak mampu menerapkan konsep
6. Memperoleh kerangka pembuktian yang menyeluruh.
7. Terminologi dan simbol matematika berada di luar jangkauan siswa.
8. Siswa tidak mampu memulai pembuktian.

Siswa harus memiliki beberapa pengetahuan prasyarat, seperti logika matematika dan teknik pembuktian, untuk menghasilkan argumen matematika yang kuat. Bukan suatu kepastian bahwa siswa dapat membuat dan menyajikan bukti hanya karena mereka memiliki pengetahuan yang diperlukan. Untuk membangun dan menyampaikan argumen matematis secara efektif, siswa harus memiliki kreativitas, intuisi, dan pengalaman. Kapasitas untuk berspekulasi, yang merupakan langkah penting dalam proses pembuktian matematis, merupakan prasyarat bagi intuisi. Di sisi lain, kreativitas

adalah kemampuan untuk merepresentasikan permasalahan dengan menggunakan berbagai kerangka operasional. Pembelajaran dapat menumbuhkan dan menanamkan kreativitas, intuisi, dan pengalaman.

Berdasarkan sejumlah penelitian diatas menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menciptakan bukti, bahkan bukti dasar atau bukti sehari-hari. Investigasi ini menghasilkan pengenalan aljabar abstrak (Weber 2001), analisis real (Bills dan Tall, 1998), dan pembuktian (Moore, 1994). Menurut Resio dan Godino (2001), siswa biasanya tidak mampu mengevaluasi kebenaran bukti atau apa yang dikatakan di dalamnya.

Semua jenjang pendidikan, termasuk pendidikan universitas, mengajarkan matematika sebagai ilmu. Namun, matematika pendidikan tinggi sangat berbeda dengan matematika di tingkat pendidikan rendah. Kurikulum matematika pendidikan tinggi menuntut keterampilan kognitif tingkat tinggi, seperti analisis, sintesis, dan evaluasi, daripada sekadar menghafal fakta atau penerapan langsung berbagai rumus atau konsep. Siswa diharapkan mampu berpikir efektif dan mengkomunikasikan kesimpulan penalarannya secara tertulis secara metodis dan teliti (Yerizon, 2011; Zuhendri, 2017). Kita dapat memperoleh keterampilan ini dengan berpartisipasi dalam latihan pembuktian. Karena pembuktian merupakan komponen matematika yang mutlak, esensial, dan integral, maka pembuktian memegang peranan penting di lapangan (Miliyawati, 2016). seperti melakukan, mengekspresikan, dan mencatat matematika semuanya bergantung padanya.

## **METODE PENELITIAN**

Dalam pelaksanaan penelitian menggunakan metode kualitatif dengan pendekatan studi pustaka. Studi pustaka atau kepustakaan dapat diartikan sebagai serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca dan mencatat serta mengolah bahan penelitian dari penelitian terdahulu. Penelitian yang digunakan melibatkan pengamatan partisipatif, wawancara mendalam dengan mahasiswa, dan analisis teks dari jawaban mereka. Hasil penelitian menyoroti beberapa pola kesalahan yang muncul secara konsisten, serta faktor-faktor yang mungkin menjadi penyebabnya. Penelitian ini memberikan wawasan yang berharga bagi

pengembangan strategi pembelajaran yang lebih efektif dalam mengatasi kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **Kesulitan Belajar**

Banyak hal yang dapat menghambat efektivitas proses belajar mengajar selama perkuliahan. Salah satu hal yang menghambat seseorang untuk mencapai tujuan belajarnya adalah kesulitan belajar. Kesulitan dalam belajar dipengaruhi dua faktor atau variabel yaitu faktor internal dan eksternal. Menurut Slameto (2010), variabel eksternal adalah variabel dari luar yang mempengaruhi peserta didik, sedangkan faktor internal adalah variabel pada diri peserta didik itu sendiri. Kedua unsur ini sangat menentukan dalam membantu seseorang mencapai tingkat keberhasilan belajar yang setinggi-tingginya. Dari beberapa faktor internal yang disebutkan adalah :

- a) masalah fisik-kecacatan dan masalah kesehatan.
- b) Faktor psikologis: kematangan, kesiapan, bakat, rasa ingin tahu, kecerdasan, perhatian, dan motivasi.
- c) Faktor kelelahan. Faktor keluarga meliputi: cara orang tua mendidik, dinamika dalam keluarga, lingkungan dalam rumah, status keuangan keluarga, pemahaman orang tua, dan latar belakang budaya. Strategi pengajaran, kurikulum, hubungan siswa-guru, disiplin sekolah, sumber belajar sepanjang jam sekolah, standar pelajaran di atas ukuran, kondisi gedung, strategi pembelajaran, dan pekerjaan rumah adalah contoh faktor sekolah.
- d) Pengaruh komunitas meliputi teman, kenalan, aktivitas di komunitas, dan paparan media (Slameto, 2010:54).

### **Kesalahan Konsep**

Kesalah pahaman mencakup pemahaman konseptual yang salah, penerapan yang salah, kategorisasi contoh yang salah, dan hubungan konseptual yang salah. Kesalahan konseptual, kekeliruan kaitan antar konsep, gagasan intuitif, dan sudut pandang yang tidak akurat merupakan contoh miskonsepsi (Suparno, 2005) dalam Sastradi (2013). Sebagai bagian dari pembelajaran, kesalahan pasti muncul dan mengambil bentuk yang wajar. Banyak siswa sering kali membawa kesalahpahaman dalam dunia sekolah mulai dari tingkat dasar hingga tingkat perkuliahan. Menurut

Sastradi (2013), gagasan tentang massa, gravitasi, berat/beban, inersia massa, dan massa gravitasi juga menjadi penyebab paling sering terjadinya miskonsepsi pada siswa mengenai fisika, mulai dari bangku SMA hingga perguruan tinggi (Gonen, 2008).

Teori lain yang menyalahkan kesalahpahaman dalam proses belajar siswa adalah informasi yang diberikan tidak memadai dan membingungkan. Bahkan penggunaan metode pengajaran yang salah, seperti penggunaan analogi yang tidak tepat, dapat mengganggu kemampuan siswa dalam berpikir kritis dan memahami materi yang diajarkan. Salah satu cara untuk mengidentifikasi kesalahan pemahaman mahasiswa adalah dengan:

- a) melakukan tes diagnostik pada setiap awal perkuliahan atau pada akhir setiap diskusi. Bentuknya bisa berupa tes pilihan ganda yang obyektif, atau bisa juga dalam bentuk lain seperti deskripsi verbal diagram fisik atau vektor, grafik, atau penjelasan;
- b) tugas terstruktur, seperti pekerjaan rumah atau proyek mandiri sebagai tugas akhir mengajar;
- c) pertanyaan terbuka, terbuka terbalik, atau kaya konteks;
- d) mengoreksi langkah-langkah yang dilakukan siswa atau siswa dalam menjawab soal esai;
- e) mengajukan pertanyaan terbuka kepada siswa atau murid secara lisan;
- f) wawancara, misalnya dengan menggunakan kartu pertanyaan

### **Kemampuan Matematika**

Sumarmo dan Hendriana (2014:19), kemampuan matematik dapat difaktorkan dalam tujuh faktor utama yaitu:

#### **1. Pemahaman matematika**

Dalam hal ini, pemahaman matematika berbeda dari apa yang ditemukan dalam taksonomi Bloom. Tingkat panduan kognitif yang berbeda berlaku untuk tingkat pemahaman matematika yang berbeda. Memahami matematika akan memungkinkan seseorang untuk memahami keterampilan yang diperlukan untuk membuktikan dan menerapkan teorema selain sekadar mengetahuinya.

#### **2. Pemecahan masalah matematika**

Dalam ilmu pengetahuan kemampuan menerapkan aktivitas matematika bisa digunakan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang dikenal dengan kemampuan pemecahan masalah matematika.

### 3. Koneksi Matematika

Pentingnya memiliki kemampuan koneksi matematis (NCTM, 1989) meliputi pemahaman ide-ide matematika, menjelaskan bagaimana ide-ide berhubungan satu sama lain, dan menggunakan ide atau algoritma secara fleksibel, akurat, efisien, dan tepat untuk menyelesaikan masalah.

### 4. Komunikasi pada matematika

Menurut NCTM (1999), tujuan pembelajaran antara lain sebagai berikut: mengungkapkan konsep dengan menggunakan simbol, tabel, diagram, atau ekspresi matematika untuk memperjelas situasi atau masalah seperti; menunjukkan rasa ingin tahu terhadap penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari dan tertarik untuk mempelajari matematika, serta menunjukkan pendekatan yang gigih dan percaya diri ketika memecahkan suatu masalah.

### 5. Penalaran pada matematika

- a) Penalaran deduktif. Kesimpulannya diperoleh dari sejumlah observasi data yang terbatas, sehingga menghasilkan nilai kebenaran yang bersifat probabilistik. sifat
- b) Penalaran deduktif. membuat keputusan berdasarkan pedoman yang ditetapkan, menjamin kebenaran informasi.

6. Berfikir kritis pada matematika Pemikiran reflektif dan beralasan yang diarahkan ketika mengambil keputusan terkait dengan yang dipercaya atau dilakukan dikenal sebagai berpikir kritis. Berikut ciri-ciri kemampuan berpikir kritis:

- a) Memperhatikan pertanyaan,
- b) Memeriksa dan menjelaskan argumen, pertanyaan, dan tanggapan.
- c) Memperhatikan sumber yang dapat dipercaya
- d) Memperhatikan dan mengevaluasi inferensi.
- e) Melakukan dan mengevaluasi induksi
- f) Mengembangkan pembenaran, kesimpulan, dan teori
- g) Menentukan apa yang berharga
- h) Menentukan tindakan
- i) Terlibat dalam interaksi sosial.
- j) Jika berpikir kritis dikaitkan dengan taksonomi Bloom, maka sama saja dengan analisis ide, sintesis, dan evaluasi.

### 7. Berfikir kreatif pada matematika



Komponen berpikir kreatif memiliki karakteristik, antara lain :

- a) Ciri-ciri Kefasihan
  - Menghasilkan banyak ide, tanggapan, dan permasalahan;
  - Menawarkan beberapa pendekatan atau rekomendasi untuk melaksanakan tugas yang berbeda; dan
  - Terus-menerus mempertimbangkan berbagai masalah.
- b) Atribut fleksibilitas Ide harus dihasilkan. Pertanyaan dan tanggapan harus bervariasi untuk memungkinkan adanya beragam perspektif mengenai masalah ini. Beberapa opsi harus dipertimbangkan. Strategi atau cara berpikirnya harus fleksibel.
- c) Ciri-ciri yang Membuat Sesuatu Menjadi Unik Mampu:
  - menciptakan ekspresi-ekspresi baru yang orisinal;
  - mempertimbangkan cara-cara yang tidak terduga untuk mengekspresikan diri; dan
  - menciptakan kombinasi susunan komponen atau bagian yang aneh.
- d) Ciri-ciri Elaborasi :
  - Mampu menambah dan menyempurnakan suatu konsep atau produk;
  - Menambah atau menyempurnakan ciri-ciri untuk membuat suatu objek, ide, atau situasi menjadi lebih menarik.

### **Problematika Perkuliahan Analisis Real**

Dalam kehidupan sehari-hari pada situasi dan iklim emosional, orang biasanya menggunakan argumen institusional atau informal dalam kehidupan sehari-hari (Miller, 1991). Fernandes (Recio, 2002) mencantumkan ciri-ciri utama argumen ini sebagai berikut:

- a) argumen ini diterapkan pada isu-isu terkait oleh argumentator;
- b) bersifat dinamis dan berubah-ubah tergantung situasi dan konteks;
- c) diterapkan pada tugas-tugas terbuka, ambigu dan tidak deduktif;
- d) menggunakan bahasa sehari-hari, bukan bahasa simbolik dan formal; dan
- e) digunakan dalam semua bidang pengetahuan, termasuk sains dan matematika.

Miller-Jones (1991), mahasiswa mengalami kesulitan membedakan argumen intuitif yang mereka gunakan dalam kehidupan sehari-hari dengan pemikiran deduktif yang diperlukan dalam perkuliahan. Recio dan Godino (2001) menyatakan bahwa banyak teknik pembuktian salah yang sebenarnya digunakan dalam domain non-matematis.

Misalnya, menarik kesimpulan umum dengan mengkaji beberapa kasus tertentu biasa digunakan dalam sains dan ilmu sosial.

Polya (Recio dan Godino: 2002) menyelidiki intuisi matematika. Dia mengacu pada penalaran intuitif sebagai penalaran buatan karena penalaran itulah yang digunakan untuk menciptakan hipotesis matematika. Menurut Garuti (1998), pembuktian matematis tingkat pertama mungkin memiliki argumen matematis informal sebagai landasannya karena ada kesinambungan dalam menghasilkan hipotesis dan membangun bukti. Bagian ini berisi temuan dari penelitian jurnal. Tidak hanya itu pada bagian ini juga membahas mengenai temuan yang didapat oleh penelitian.

Salah satu alasan mengapa siswa kesulitan memahami konsep pembuktian juga karena perkembangan kognitif mereka yang tidak memadai. Menurut Piaget, sampai seorang anak mencapai tahap operasi formal dalam perkembangan kognitif, mereka tidak mampu membedakan atau menciptakan penalaran deduktif. Hanya 22% siswa yang mencapai tingkat perkembangan kognitif operasional formal, menurut penelitian Weber (2001) tentang perkembangan kognitif siswa. Temuan serupa dibuat oleh Tall (1991), yang mencatat bahwa banyak siswa kesulitan memahami bukti logis, setidaknya pada awal tahun pertama studi.

Tantangan notasi adalah aspek lain yang membuat pembuatan bukti menjadi sulit. Notasi formal digunakan dalam banyak pembuktian dalam kursus lanjutan. Siswa menganggap notasi ini menantang dalam beberapa hal, terutama tantangan penggunaan beberapa bilangan. Enam puluh satu siswa dari tingkat pengantar diberi tugas menerjemahkan ucapan informal ke dalam bahasa kalkulus predikatif oleh Selden (1995). Kurang dari 10% siswa berhasil dalam kegiatan ini, menurut temuannya.

Aspek-aspek yang menyulitkan mahasiswa untuk memberikan bukti yang kredibel di atas menunjukkan kemungkinan adanya faktor internal yang dipengaruhi oleh keadaan, seperti jenis buku teks, komentar dan tanggapan dosen terhadap tugas mahasiswa, dan kebiasaan penalaran seumur hidup. sosial siswa, pertumbuhan akademik, dan tantangan dengan pemahaman notasi.

Kita memerlukan perspektif tentang penerimaan pembuktian dalam matematika, khususnya dalam matematika tingkat lanjut yang berorientasi pada pembuktian. Sudut pandang ini diperlukan karena siswa bukanlah ahli matematika, namun kami tetap ingin

mereka memahami arti yang tepat dari pembuktian matematis. Bukti harus mampu menjelaskan kebenaran suatu pernyataan kepada siswa.

Setelah kesulitan yang dialami siswa saat menyelesaikan pembuktian matematis dalam mata kuliah analisis real teridentifikasi, intervensi yang diperlukan untuk membantu siswa melewati kesulitan tersebut dapat dikembangkan. Pengembangan intervensi ini didasarkan pada evaluasi terhadap isu-isu yang diangkat oleh tantangan, yang dilakukan oleh peneliti dari sudut pandang teori pembelajaran yang dirumuskan oleh para ahli yang disesuaikan dengan pembelajaran unik dan pola pikir siswa.

Menurut kajian dan penelitian yang disebutkan di atas, teori pembelajaran behaviorisme dan konstruktivisme seperti teori penguatan B.F. Skinner, teori pengondisian Pavlov, dan teori pembelajaran interaksi sosial digunakan oleh peneliti sebagai panduan ketika mengembangkan intervensi untuk memecahkan masalah dunia nyata. Vygotsky menekankan perlunya scaffolding. Temuan studi penelitian dapat digunakan untuk mengembangkan intervensi, seperti:

- a) menawarkan penguatan untuk penguasaan materi prasyarat;
- b) melaksanakan latihan pengondisian seperti latihan, latihan, dan latihan; dan
- c) menawarkan scaffolding berupa petunjuk pembuktian deduktif yang memuat definisi atau teorema untuk melakukan pembuktian matematis.

Menurut Somakim (2007), bahwasannya penggunaan matematika realistik dalam pembelajaran mampu membantu kemampuan matematis peserta didik di kelas analisis praktik. Teori belajar mengajar dalam pendidikan matematika disebut pembelajaran matematika realistik. Institut Freudenthal awalnya menyajikan dan menyempurnakan teori pembelajaran matematika realistik di Belanda pada tahun 1970. Freudenthal menyatakan bahwa matematika adalah usaha manusia, maka harus dipahami dalam konteks realitas.

Perspektif konstruktivis menyatakan bahwa mendidik matematika harus memberikan siswa kesempatan untuk menginternalisasikan ide-ide matematika dan membangunnya menggunakan keterampilan mereka sendiri. Dalam hal ini instruktur berperan sebagai fasilitator. Agar siswa dapat belajar matematika, guru harus memberi mereka kesempatan untuk menggunakan kemampuan mereka sendiri untuk menemukan konsep matematika dan terus mengawasi atau membimbing kemajuan mereka. Meskipun

siswa pada akhirnya akan memahami konsep matematika dengan sendirinya, guru tetap harus mendukung siswanya saat mereka belajar.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

Berdasarkan beberapa uraian di atas menghasilkan kesimpulan sebagai berikut:

1) Salah satu mata kuliah yang ditawarkan pada program studi matematika adalah analisis real. Mahasiswa harus mampu berpikir kritis agar dapat menghasilkan bukti atas tantangan pada mata kuliah ini. 2) Permasalahan paling umum dalam perkuliahan analisis adalah bahwa mahasiswa sering kali memiliki prasangka tentang mata pelajaran tersebut, sehingga sulit untuk membuktikannya. 3) Inisiatif tambahan yang dapat dilakukan Kursus analisis real menjadi lebih baik dengan menerapkan kemajuan instrumental dan menerima bantuan lingkungan.

## **DAFTAR REFERENSI**

- Astuti, A., & Zulhendri, Z. (2017). Analisis Kesulitan Belajar Struktur Aljabar Pada Mahasiswa Semester III Jurusan Pendidikan Matematika STKIP Pahlawan Tuanku Tambusai Riau Tahun Ajaran 2015/2016. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 17-23.
- Bills, E & Tall, D. 1998. *Overall Definitions in Advanced Mathematics*. The Case of least Upper Bound in Proceeding of PME 22 (2), Stellenbosch, South Africa
- Layn, M. R., & Kahar, M. S. (2017). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika. *Jurnal Math Educator Nusantara: Wahana Publikasi Karya Tulis Ilmiah Di Bidang Pendidikan Matematika*, 3(2).
- Miliyawati, B. (2016). Kurikulum dan Pembelajaran Matematika di Jepang Serta Perbandingannya dengan di Indonesia. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 1-16.
- Moore, R. C. 1994. *Making the Transition to Formal Proof, dalam Journal of Educational Studies in Mathematics*. Springer Netherlands Volume 27(3) Oktober 1994. ISSN 0013-1954.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Ramadanti, F., & Pujiastuti, H. (2020). Analisis Kesulitan Mahasiswa Pendidikan Matematika Menyelesaikan Soal Pada Mata Kuliah Kalkulus I. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 487-494.
- Recio, A. M . & Godino, J. D. 2001. *Institutional and Personal Meanings of Proof*. Educational Studies in Mathematics 48 (1), 83-99. Tersedia dalam <http://www.math.ntnu.Edu.tw>

- Rosyidah, U., Setyawati, A., & Qomariyah, S. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran dan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Aljabar Dasar. *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)*, 5(1).
- Sastradi, T. (2013) *Pengertian Prakonsepsi dan Miskonsepsi*. <http://mediafunia.blogspot.com/2013/03/pengertian-prakonsepsi-dan-miskonsepsi.html>.
- Sucipto, L., & Mauliddin, M. (2016). Analisis kesulitan belajar mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real. *Beta: Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), 197-211.
- Sumarmo, U & Hendriana, H. 2014. *Penilaian Pembelajaran Matematika*. Bandung: Refika Aditama.
- Tall, D. 1991. *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking*. In D. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-23). Kluwer: The Netherlands.
- Wahyuni, M. (2017). Analisis Problematika Perkuliahan Analisis Real. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 135-149.
- Weber, K. 2001. *Student Difficulty in Constructing Proof: The Need for Strategies Knowledge*. *Educational Studies in Mathematics*, 48 (1) 101-119. Tersedia dalam [http://www.math, ntnu. Edu.tw](http://www.math.ntnu.edu.tw).
- Yerizon, Y. (2011). *Peningkatkan Kemampuan Pembuktian dan Kemandirian Belajar Matematik Mahasiswa melalui Pendekatan M-APOS* (Doctoral dissertation, Universitas Negeri Padang).
- Zulhendri, Z. (2017). Pengembangan Bahan Ajar Mata Kuliah Aljabar Linear Berbantuan Matlab. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 122-134.